



# Projet Cesalin

Curriculum et EIAH au Service de l'Apprentissage de la Ligne Numérique

[pegase-cesalin@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:pegase-cesalin@univ-grenoble-alpes.fr)

Marie-Caroline Croset, responsable du projet CESALIN, LIG, UGA

Charlotte Bouchet, CPD, DSDEN de Savoie

Hamid Chaachoua, LIG, UGA

Marie-Line Gardes, HEP du Canton de Vaud – Lausanne Suisse

Audrey Guy, enseignante, département de la Savoie

Sandrine Poinas, CPD, DSDEN de Savoie

Sophie Soury-Lavergne, LIG, UGA

Version Décembre 2023

Opération soutenue par l'Etat dans le cadre de l'action « Territoires d'innovation pédagogique » du Programme d'investissements d'avenir, opéré par la Caisse des Dépôts



### Objectif pédagogique principal

À la fin de cette situation, les élèves doivent être capables de déterminer le nombre (abscisse) associé à un point donné sur un axe gradué et, réciproquement, de trouver voire de construire le point d'un axe associé à un nombre donné.

Dans la situation II, la matérialisation du bond a disparu pour être remplacée par une valeur numérique correspondant à un écart.

Dans cette situation III, l'enjeu est d'utiliser le bond comme un outil et non comme un objet d'étude : il n'est plus explicite mais doit être mobilisé pour placer des points d'abscisse donnée ou trouver les abscisses de points de l'axe gradué.

Dans les derniers exercices de cette situation, l'élève sera amené à devoir ajouter des points dont la position ne sera pas « régulière » par rapport aux autres points.

### Messages forts

Pour placer un nombre sur un axe gradué, il faut bien faire attention à l'information déjà portée par l'axe :

- Il se peut qu'aucune information explicite sur la valeur d'un bond entre deux points ne soit donnée mais cette information se retrouve par un travail sur l'axe gradué.
- On peut avoir besoin de trouver les valeurs de différents bonds. **Les bonds doivent être réguliers.** Les valeurs sont associées à des longueurs.

**Deux grandes procédures sont visées** dans cette situation, que ce soit pour trouver une abscisse ou pour déterminer un point.

1. Soit la différence de deux abscisses permet de répondre à la question (procédure additive) ;
2. Soit il y a besoin de calculer un écart plus petit : pour cela, l'élève est amené à trouver la moitié (ou le tiers...) de la valeur du bond initial (procédure multiplicative).

Deux autres procédures peuvent apparaître, qu'on cherche à faire dépasser par le choix des nombres et des points :

- procédure d'essai-erreur. Cette procédure peut fonctionner car le travail porte sur des entiers. Étant donné qu'entre deux nombres, il y a un nombre fini de nombres entiers, l'élève peut mobiliser une procédure qui consiste à essayer les valeurs numériques par essai-erreur et conclure par déduction. Par exemple : « Je vois qu'il y a un seul point entre les points d'abscisses 8 et 10. C'est forcément le point d'abscisse 9 ». Il faut aider les élèves à la dépasser pour stabiliser les procédures qui seront nécessaires en cycle 3.
- procédure d'application de la comptine. L'élève peut ne pas prendre conscience qu'il faut additionner la valeur du bond, en récitant une comptine apprise par cœur : « 2, 4, 6, 8 ».

### Points d'attention

La question « Que voyez-vous sur cet axe ? » doit continuer à être ritualisée à chaque exercice résolu collectivement ou lorsque l'enseignant passe auprès d'un élève. L'élève doit avoir automatisé la nécessité d'observer l'axe et de prendre de l'information avant de commencer (présence de points ou non, régularité, présence d'abscisses ou non, orientation, présence ou non du zéro, etc.).

La trace écrite de la situation II va être reprise pour s'enrichir.

### Le point étant placé, trouver son abscisse (Point → Abscisse)

Étape 1. Trouver l'abscisse d'un point positionné sur un axe

### Un nombre étant donné, trouver ou construire le point correspondant (Abscisse → Point)

Étape 2. Trouver un point d'abscisse donnée

Étape 3. Construire un point d'abscisse donnée





45 min

## Étape 1 : Trouver l'abscisse d'un point positionné sur un axe (Point → Abscisse)

### Lancement



10 min



#### Déroulé et consignes :

**Réactivation** : en prenant appui sur des exercices précédents, réactiver ce que les élèves ont déjà appris : le lien entre la position relative des nombres sur l'axe et la valeur du bond. Dans cette situation III, les élèves ont besoin de calculer la valeur du bond. Il n'est jamais donné (contrairement à la situation II)

#### Lancement de l'activité :

*Aujourd'hui je vais vous donner des axes gradués où il manque des abscisses. Il faudra en retrouver certaines. Nous allons prendre un exemple.*

En présentant l'axe gradué A0 : **Que voyez-vous sur cet axe ?**

Réponses attendues : présence du 0, une flèche, des points régulièrement espacés (à valider), un pas de 4, une valeur manquante, des points sans abscisse, etc.

**Quel nombre va-t-on écrire au-dessus de ce point à la place de l'étiquette bleue et pourquoi ?**

#### Procédure (additive) visée :

- Je constate que les points sont régulièrement espacés. [Validation avec une bande reportée, cf. situation I].

- Je calcule la valeur du bond [en faisant la différence entre deux abscisses adjacentes, celles que je veux]. Attention, le bond passe par-dessus un point.

Tracer une flèche en arc de cercle entre deux graduations. Par exemple entre le point d'abscisse 0 et le point d'abscisse 4.

Noter ce calcul de la manière suivante :  $0 + \dots = 4$  et  $4 + \dots = 8$ . Le bond est de 4.

- J'applique le bond : Pour passer d'un nombre au suivant, je dois ajouter à chaque fois 4 : 0, 4, 8, 12. Tracer une flèche en arc de cercle entre deux graduations, écrire au-dessus +4 et faire remarquer qu'on retombe bien sur les abscisses déjà présentes, ce qui permet de valider le calcul de la valeur du bond.

- Je peux valider ma réponse en poursuivant au-delà : 12, 16.

- Je pouvais aussi partir de 8 et appliquer le bond directement à 8 : « 12 ! ». Noter  $8 + 4 = 12$ .



#### Points d'attention

Pour résoudre ces premiers problèmes :

- Il faut tenir compte de la position des points déjà présents. Il y a un implicite sur la position « exacte » et « relative » de ces points. On considère qu'ils sont « parfaitement régulièrement » espacés (le point entre les points d'abscisses 4 et 8 est exactement au milieu).
- Après avoir validé la position précise, on peut ne considérer que la suite des nombres : appliquer la comptine si elle est connue. Dans l'exemple A0, ce n'est pas vraiment possible car la comptine de 4 en 4 n'est pas maîtrisée.

D'autres procédures sont possibles. Elles peuvent être valorisées mais non institutionnalisées :

- Calculer en soustrayant 4
- Calculer la valeur du bond entre deux points adjacents (bond de 2) et compléter tout l'axe (procédure multiplicative)

### Entraînement



20 min



#### Déroulé et consignes

Distribuer à chaque binôme la feuille d'exercices A et leur demander de trouver les abscisses (les nombres qui correspondent aux étiquettes). Préciser que les points sont régulièrement espacés.

Il peut y avoir plusieurs procédures pour trouver l'abscisse manquante :

- J'utilise le bond dont la valeur est calculée par différence entre les abscisses.
- Si cette procédure ne peut pas s'appliquer, je cherche la valeur d'un plus petit bond.

#### Points d'attention :

Les exercices proposés sont plus ou moins complexes selon les situations :

- Valeur du bond entre deux points adjacents : 1, 2, 5, 10 ... associé à une comptine numérique connue ou pas. Pour les bonds de 1, 2 et 5 la comptine est connue, pas pour les autres
- Présence de l'abscisse indiquée sur le point le plus à gauche ou non
- Nombre d'abscisses présentes au départ
- Position du point dont on cherche l'abscisse (avant ou après les nombres présents au départ, à côté ou éloignés des nombres de départ...)
- Le fait de devoir sauter par-dessus certains points (résulte du fait que le bond entre deux points adjacents n'est pas égal au bond entre deux points d'abscisses adjacentes)

**Différenciation** : Ici la différenciation peut porter sur le nombre d'exercices, sur les abscisses ou sur la valeur du bond mais pas sur la procédure visée.



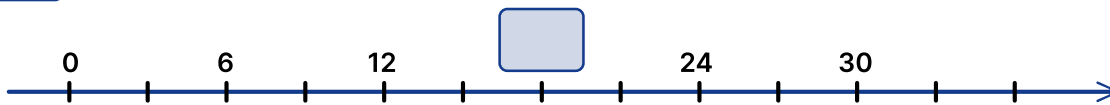


Axe A0

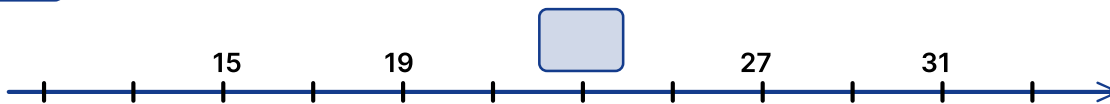




A1\*



A2



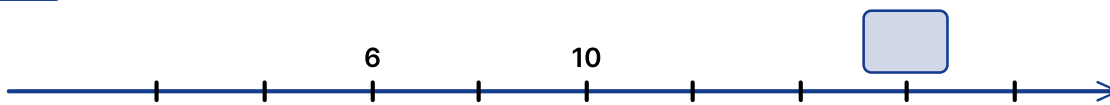
A3\*



A4



A5\*



A6



A7\*



A8



Situation III. Etape 1.



15 min

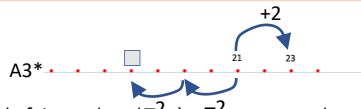


## Correction-Bilan

### Correction-Bilan

#### En appui sur le A3\*, faire ressortir :

Dans cet exemple, la difficulté réside dans le fait que la valeur à trouver est sur la gauche. Il faut alors soustraire ou énumérer la suite décroissante. [Représenter la flèche vers la gauche]



- Institutionnalisation de la procédure suivante :

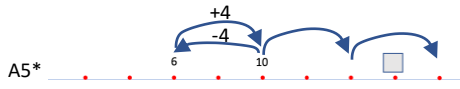
Je calcule la valeur du bond entre deux points dont je connais les abscisses (le grand bond) : de 21 à 23, le bond a pour valeur de 2. [Dessiner en haut de l'axe une flèche avec un +2 et une flèche avec le -2]

J'applique le bond vers la gauche. Je dois donc soustraire : 21, 19, 17 (en faisant bien attention à sauter par-dessus un point). C'est-à-dire en dessinant une flèche de la même longueur que le bond.

J'atteins la valeur demandée : 17 !

Je peux vérifier en repartant sur la droite et en ajoutant 2.

#### En appui sur le A5\*:



Je calcule la valeur du grand bond entre les deux points dont je connais les abscisses : de 6 à 10, le bond est de 4.

[Dessiner une flèche avec un +4 et une autre avec -4]

J'applique le bond : 10, 14, 18 (en faisant bien attention à sauter par-dessus un point).

C'est-à-dire en dessinant une flèche de la même longueur.

Je dépasse la valeur demandée.

Je dois donc calculer la valeur d'un bond plus petit, le bond entre deux points rouges.

Le point rouge [Désigner le point d'abscisse 8] est à égale distance des points d'abscisse 6 et 10. Pour trouver son abscisse, je prends la moitié de la valeur du grand bond (donc 2) car deux petits bonds successifs arrivent au même point qu'un grand bond.

Je l'applique à partir du point d'abscisse 6 : 6, 8, 10, 12, 14 et 16 !

### Points d'attention :

Les exos A1\*, A2, A3\* et A4 se résolvent en utilisant la valeur par différence (=grand bond) ou en trouvant la valeur par partage (=petit bond, procédure multiplicative). Pour les exos A5\*, A6, A7\* et A8, partager est nécessaire (= petit bond).

On peut privilégier des flèches au-dessus de l'axe pour les grands bonds (par-dessus des points) et en-dessous de l'axe pour les petits bonds (de point en point).

L'exo A7\* permet de faire remarquer qu'il y a des points stratégiques pour calculer facilement les valeurs des bonds : de 10 à 16, c'est facile.

Pré-requis : les élèves doivent savoir que 1 est la moitié de 2, 2 la moitié de 4 et 5 la moitié de 10 (prévoir des séances de calcul mental au préalable).

## Institutionnalisation



10 min

### Qu'a-t-on appris ?

On a appris que, quand on veut placer un

nombre sur un axe gradué, il faut :

- trouver la valeur du bond entre deux abscisses qui se suivent ;
- partir d'une abscisse et ajouter (ou enlever) cette valeur autant de fois que de bonds vers la droite (ou vers la gauche), et s'arrêter quand on a atteint le point dont on cherche l'abscisse.
- Si cette procédure ne marche pas, on peut utiliser des plus petits bonds, en calculant des moitiés de bonds, des moitiés de moitiés de bonds ou même parfois des tiers de bonds !

Ce travail nous permet d'avoir une meilleure connaissance des nombres, de comprendre leurs relations. Cela pourra nous aider à résoudre des petits problèmes de calcul, par exemple.

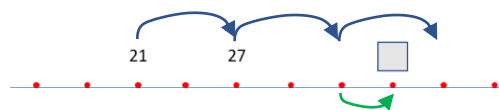
### Trace écrite

#### Pour trouver l'abscisse d'un point donné :

1. Je cherche un bond qui passe d'une abscisse à une autre



2. Lorsque le bond ne tombe pas sur le point voulu, je change de bond





## Étape 2 : Trouver le point qui correspond à un nombre donné (Abscisse → Point)

### Lancement



10 min

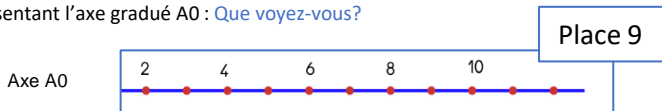


#### Déroulé et consignes :

##### Lancement de l'activité :

Aujourd'hui, je vais encore vous donner des axes gradués. Mais cette-fois ci, je vous donne un nombre et vous allez devoir trouver le point de l'axe gradué qui correspond à ce nombre. Nous allons prendre un exemple.

En présentant l'axe gradué A0 : Que voyez-vous?



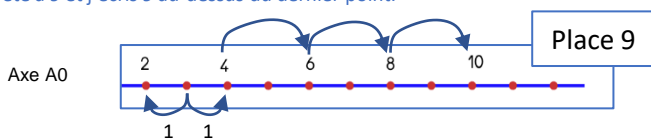
Puis : Je vous demande de trouver le point qui correspond au nombre 9 sur cet axe et de m'expliquer comment vous trouvez sa position exactement.

##### Procédures attendues et à institutionnaliser :

repartir de la procédure additive utilisée dans l'étape 1 et introduire la procédure « multiplicative » :

En prenant appui sur l'axe A0 :

- Je vérifie que les points sont régulièrement espacés.
- Je calcule la valeur du bond entre deux points dont je connais les abscisses : l'écart entre les deux nombres. Pour passer de 4 à 6, j'ajoute 2, donc le bond est égal à 2 [Dessiner les bonds sur l'axe].
- Je l'applique : pour passer d'un nombre au suivant, j'ajoute à chaque fois 2 : 4, 6, 8, 10, 12. Je ne tombe pas sur 9. Je dois donc m'y prendre autrement...
- Je peux calculer un plus petit bond. Ce point [Montrer le point d'abscisse 3] est placé « au milieu » de ce segment [designer le segment [A(2) C(4)]]. Ce point correspond donc au nombre 3. Il y a la même distance ici (entre A(2) et B(3)) et là (entre B(3) et C(4)), il y a le même écart entre le nombre 2 et 3 qu'entre le nombre 3 et 4.
- J'applique le bond de valeur 1. [En pointant les points et non les nombres, et en dessinant le « bond » par une flèche comme dans la situation 2], 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9... Je m'arrête à 9 et j'écris 9 au-dessus du dernier point.



#### Points d'attention

Deux procédures peuvent être utilisées :

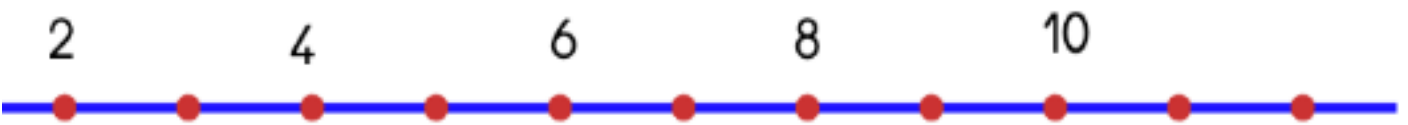
- Soit la différence de deux abscisses permet de répondre à la question (procédure additive) ;
- Soit il y a besoin de calculer un écart plus petit : pour cela, l'élève est amené à trouver la moitié (ou le tiers...) de la valeur du bond initial (procédure multiplicative).

Comme dans l'étape 1, on peut appliquer le bond à partir du début de l'axe ou à partir d'un point « stratégique » de l'axe, par exemple celui qui correspond au nombre 8 sur l'axe A0, ce qui demande à avoir encadrer 9 auparavant.





Axe A0







## Recherche



15 min



### Objectifs pédagogiques :

- Permettre aux élèves de comprendre qu'avec seulement deux abscisses, quelles qu'elles soient, on peut toujours trouver le point de l'abscisse demandée.
- Les élèves doivent être capables de trouver un point plus ou moins éloigné des informations présentes sur l'axe.

### Déroulé et consignes :

Distribuer à chaque binôme la feuille d'exercices B et leur demander de trouver sur chacun des axes le point correspondant à l'abscisse demandée.

### Correction-Bilan

#### En appui sur le B3\*:

- Je vérifie que les points sont régulièrement espacés.
- Je calcule la valeur d'un bond en prenant l'écart entre deux abscisses connues. Ici, pour passer de 5 à 15, j'ajoute 10, donc la valeur du bond est égale à 10.
- J'applique le bond (en ajoutant ou en soustrayant) pour passer d'une abscisse à la suivante. Ici, j'ajoute à chaque fois 10. En pointant les nombres et non les points et en dessinant le bond par une flèche au-dessus de l'axe comme dans la situation II, 5, 15, 25, 35. Je m'arrête à 35 et j'écris 35 au-dessus du dernier point.

#### En appui sur le B5\*:

- Je vérifie que les points sont régulièrement espacés.
- Je calcule la valeur d'un bond en prenant l'écart entre deux abscisses connues. Ici, pour passer de 12 à 18, j'ajoute 6, donc la valeur du bond est égale à 6.
- J'applique le bond : pour passer d'une abscisse à la suivante, j'ajoute à chaque fois 6. « 12, 18, 24, 30, 36 ». Je ne tombe pas sur 33. Je dois donc m'y prendre autrement.
- Je calcule la valeur d'un autre bond, plus petit. En montrant sur l'axe le point entre 12 et 18, je veux trouver l'abscisse qui correspond à ce point. Ce point est placé à égale distance du point qui correspond à 12, et de celui qui correspond à 18. L'écart entre 12 et 18 est 6. **Deux bonds de 3, ça fait 6.** Donc je peux choisir un bond de valeur 3. Attention, sa longueur sera deux fois plus petite que celle du bond initial.
- J'applique le bond. En pointant les points et non les nombres, et en dessinant le nouveau « bond » par une flèche au-dessus de l'axe comme dans la situation II, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33. Je m'arrête à 33 et j'écris 33 au-dessus du dernier point.
- Je peux aussi appliquer d'abord le bond initial, pour faire des grands bonds puis affiner ensuite.

### Points d'attention



Deux types de tâches sont demandées :

- Retrouver un point déjà existant sur l'axe
- Construire un point

Dans cette première série d'exercices (phase 1 de l'étape 2), il s'agit uniquement de faire appel à la tâche consistant à retrouver un point déjà existant sur l'axe

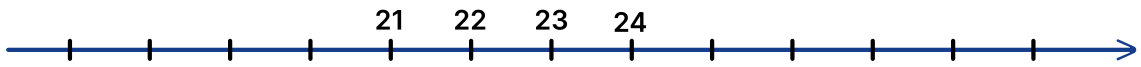
Pré-requis : les élèves doivent savoir que 3 est la moitié de 6 (prévoir des séances de calcul mental au préalable) et le tiers de 9.

Les tâches B1 et B2 n'ont pas d'enjeu d'apprentissage. Elles sont là pour l'enrôlement. Elles ne doivent pas prendre de temps. L'enseignant valide ou invalide rapidement en passant dans les rangs.



**B1\***

Place 17.



**B2**

Place 18.



**B3\***

Place 35.



**B4**

Place 10.



**B5\***

Place 33.



**B6**

Place 21.



**B7\***

Place 22.





45 min

## Étape 3 : Construire le point qui correspond à un nombre donné (Abscisse → Point)



15 min



### Objectif pédagogique :

- Les élèves doivent être capables de construire un point qui n'est pas placé sur l'axe gradué mais dont ils connaissent l'abscisse.

### Déroulé et consignes :

Distribuer à chaque binôme la feuille d'exercices C + une bande de papier.

### Alternance recherche – mise en commun

#### C1\*. Laisser les binômes réfléchir 5 min au premier exercice C1\* et tester des procédures.

La mise en commun doit permettre de valider la procédure et de trouver des outils pour le report du bond : (éventuellement compas ?) Mais surtout ressortir une bande pliée à la longueur du bond. On peut écrire dessus la valeur du bond.

Dire : « Je dois placer 60.

Où va être situé 60 approximativement ? Oui, à droite de 50. À peu près là. Pour le placer plus précisément, je peux m'aider d'une bande de la longueur du bond. »

#### C3\*. Laisser chaque élève individuellement réfléchir 5 min à l'exercice C3\*

La procédure mise en œuvre dans les deux premiers exercices ne va pas fonctionner.

En appui sur le C3\*:

Demander

- « Où va être situé 33 approximativement sur cet axe ? »
- « entre 32 et 34 ! »
- « Oui, Tyler. Et précisément ? Comment sera le point d'abscisse 33 par rapport aux points d'abscisses 32 et 34 ? »
- « Au milieu ! »
- « Oui, il va être à égale distance de ce point (32) et de celui-ci (34). Comment peut-on faire pour le placer ? »
- On peut plier le grand bond (qui vaut 2) en deux. On obtient un bond de 1, l'unité, et on peut placer le milieu de ce segment et on peut aussi placer 33 !

Quelle que soit la manière dont les élèves vont s'y prendre, ce qui importe est la **position théorique**. L'élève doit comprendre qu'il faut trouver le milieu, qu'il est à égale distance des extrémités (du segment) et que pour trouver l'abscisse, on ajoute la moitié de la valeur du bond.

#### Demander aux élèves de faire les deux derniers exercices (C4 et C6) selon le temps.

L'exercice C4\* combine les deux techniques : report de 2 en 2 pour trouver les points 14, 16, 18, 20 et 22 puis placement de 21 au milieu de 20 et 22 par demi-report.

### Points d'attention



Deux types de tâches sont demandées :

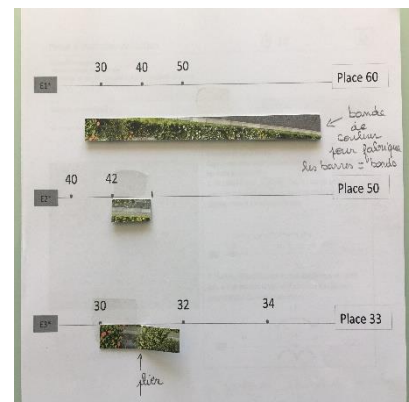
- Retrouver un point déjà existant sur l'axe
- Construire un point

Dans cette deuxième série d'exercices, il s'agit de faire appel au deuxième type de tâches qui implique de construire un point.

Lorsqu'on demande de construire un point, la précision matérielle n'est pas très importante. Ce qui est visé est la compréhension et la justification théorique : par exemple « le point doit être au milieu (du segment) car le nombre 15 est à égale distance de 10 et de 20 (ou bien : « il y a le même écart entre 10 et 15 qu'entre 15 et 20 »).

Faire remarquer aux élèves que :

- avant de placer un point ou une abscisse, il est important de savoir **le placer à peu près**. Est-il à gauche de l'axe ? À droite ? Entre tel point et tel point ? Faire systématiquement **une estimation de sa position**.
- après construction du point, il est important de vérifier que **l'axe est cohérent**. Par exemple en vérifiant que les nombres positionnés sont bien dans l'ordre.





C1\*

Place 60.



C2

Place 50.



C3\*

Place 33.



C4

Place 21.



C6

Place 39.





Trace écrite

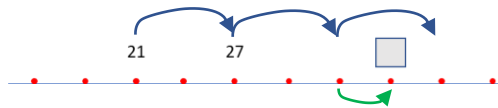


Pour trouver l'abscisse d'un point donné :

1. Je cherche un bond qui passe d'une abscisse à une autre

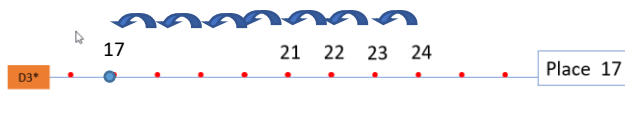


2. Lorsque le bond ne tombe pas sur le point voulu, je change de bond



Pour trouver le point d'une abscisse donnée :

1. Je cherche un bond qui passe d'une abscisse à une autre et je poursuis jusqu'au point



2. Parfois le point n'est pas représenté sur l'axe. Je peux estimer sa position entre deux points déjà existants. Puis je peux l'ajouter en le plaçant à égale distance.

