

Curriculum et EIAH au Service de l'Apprentissage de la Ligne Numérique

pegase-cesalin@univ-grenoble-alpes.fr

Marie-Caroline Croset, responsable du projet CESALIN, LIG, UGA

Charlotte Bouchet, CPD, DSDEN de Savoie

Hamid Chaachoua, LIG, UGA

Marie-Line Gardes, HEP du Canton de Vaud – Lausanne Suisse

Audrey Guy, enseignante, département de la Savoie

Sandrine Poinas, CPD, DSDEN de Savoie

Sophie Soury-Lavergne, LIG, UGA

Version Décembre 2023

Opération soutenue par l'Etat dans le cadre de l'action « Territoires d'innovation pédagogique » du Programme d'investissements d'avenir, opéré par la Caisse des Dépôts



Objectif pédagogique principal

À la fin de cette situation, les élèves doivent être capables de construire un axe gradué à partir d'un bond donné et, réciproquement, d'identifier un bond possible associé à un axe.

Dans cette situation II, le « bond » est l'objet d'étude.

L'idée générale de la situation II est de passer d'une matérialisation du bond (par un objet qui associe une longueur et un nombre) vers une valeur numérique correspondant à un écart qui se retrouve régulièrement sur l'axe.

Dans cette situation II, le bond est toujours explicite, soit parce qu'il est donné dans l'énoncé, soit parce qu'il est demandé de le trouver.

Messages forts

Un bond correspond au couple d'un nombre et d'une longueur qui apparaît régulièrement sur l'axe. Il peut être entre deux points ou entre deux abscisses. Un axe n'est pas caractérisé par un seul bond.

Points d'attention

- L'élève doit automatiser au cours de la séquence la nécessité d'observer l'axe et de prendre de l'information (présence de points ou non, régularité des positions des points, présence d'abscisse ou non, orientation, présence ou non du zéro, etc.) avant de commencer à résoudre l'exercice.
Pour cela, l'enseignant peut poser la question « [Que voyez-vous sur cet axe?](#) » de façon ritualisée à chaque exercice résolu collectivement ou lorsque qu'il passe auprès d'un élève.
- Le choix a été fait d'essayer d'être rigoureux dans le document sur l'utilisation du terme « longueur » (en référence à la grandeur longueur) et de l'expression « mesure de la longueur » mais à l'oral, les approximations de vocabulaire sont acceptables.
- Attention ! Il n'y a pas unicité des bonds associés à un axe. Plus tard dans la scolarité, en particulier au cycle 3, l'élève va être amené à devoir construire des sous-graduations pour résoudre des problèmes sur les fractions. Il faut toujours avoir en tête de ne pas créer par le discours ou les situations un obstacle à venir.

Construire un axe d'un bond donné (Bond → Axe)

Etape 1. Le bond est matérialisé par la longueur d'un objet

Etape 2. Le bond n'est plus matérialisé, présence de plusieurs bonds.

Trouver un bond qui caractérise un axe gradué donné (Axe → Bond).

Etape 3. Le bond est matérialisé par la longueur d'un objet

Etape 4. Le bond n'est plus matérialisé, présence de plusieurs bonds.





50 min

Étape 1 : Construire un axe d'un bond donné. Le bond est matérialisé

Objectif pédagogique principal

Construire et comparer des axes gradués pour comprendre que :

- Une unité n'est pas représentée de la même manière d'un axe à un autre (mais que sur un axe donné, une unité fait toujours la même longueur).
- L'écart entre deux points successifs peut varier d'un axe à l'autre mais il existe une régularité dans les positions des points.

Message fort

Sur un axe gradué, lorsque les points sont positionnés régulièrement, la différence entre deux abscisses successives est toujours la même, mais pas forcément égale à 1.



Matériel par binôme

- Une bande en carton sur laquelle est écrit un nombre d'unités (différent de 0 et 1 : 2 ou 3 ou 5 ou 10 unités)
- Une longue bande de papier où est pré-dessinée une droite (longueur environ double longueur de feuille A3)

Lancement



10 min



Déroulé et consignes

Réactivation : en prenant appui sur l'affiche de la séance précédente,

Que sait-on déjà sur les axes gradués ?

Qu'ont-ils de particulier que les autres n'ont pas ?

Lancement de l'activité :

en présentant l'ensemble des bandes en cartons : *Aujourd'hui, chaque binôme va recevoir une petite bande différente pour fabriquer son axe gradué. Quand vous aurez terminé, vous montrerez votre travail à un autre groupe, qui devra dire si vous avez bien tracé un axe gradué ou pas.*

Comment va-t-on pouvoir dire si le travail est réussi ou pas ?

Ce qui est attendu est de prendre les critères de l'affiche de la situation I comme référence.

Mais l'exercice proposé va introduire une nouvelle caractéristique qui est que l'écart entre deux graduations peut être différent de 1.

Points d'attention !

L'objectif est que cette nouvelle caractéristique, qui n'a pas encore été évoquée dans la situation I, surgisse de l'activité de production de chaque groupe, ainsi que de celle d'observation du travail des autres.

Il ne faut donc pas la souffler aux élèves avant de lancer l'activité.

Recherche



30 min



Déroulé et consignes

Distribuer une longue bande de papier et une bande en carton (de 2, 3, 5 ou 10 unités) par binôme.

Les élèves doivent compléter la droite au crayon de papier, en plaçant des points réguliers, et en complétant avec les nombres associés. La procédure attendue est qu'ils s'appuient sur la valeur indiquée sur leur bande en carton, qu'ils l'ajoutent à chaque fois à la valeur de la graduation précédente.

Mise en commun

Revenir sur les caractéristiques énumérées en Situation I, étape 3 pour valider et invalider les axes qui sont correctement gradués.

- Faire ressortir que des axes peuvent être différents mais quand même correctement gradués
- l'écart régulier n'est pas nécessairement de 1
- Il y a eu deux unités différentes pour construire l'ensemble de ces axes : montrer l'unité cœur et l'unité rond
- Montrer que l'étalon de 5 unités a la longueur de 2 unités, 2 unités et 1 unité mises bout à bout. Cf. photos diapo suivante

Institutionnalisation



10 min



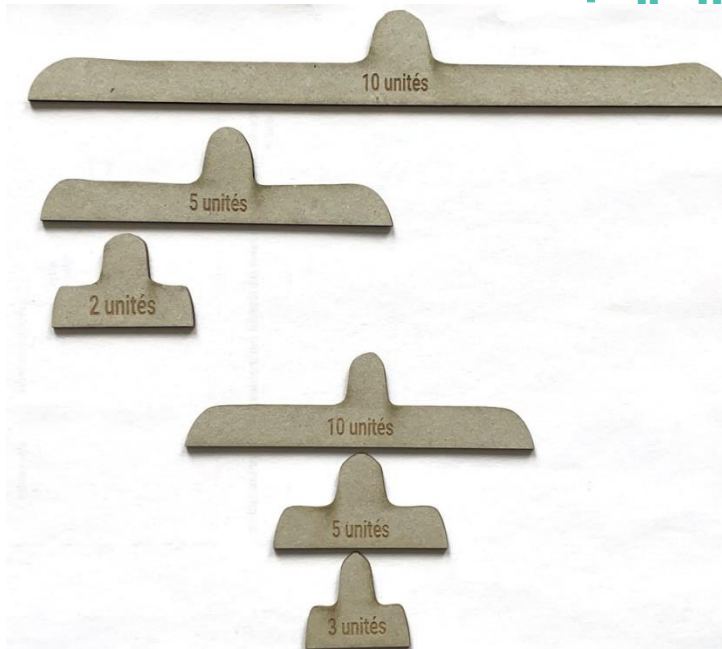
Qu'a-t-on appris ?

Sur un axe gradué :

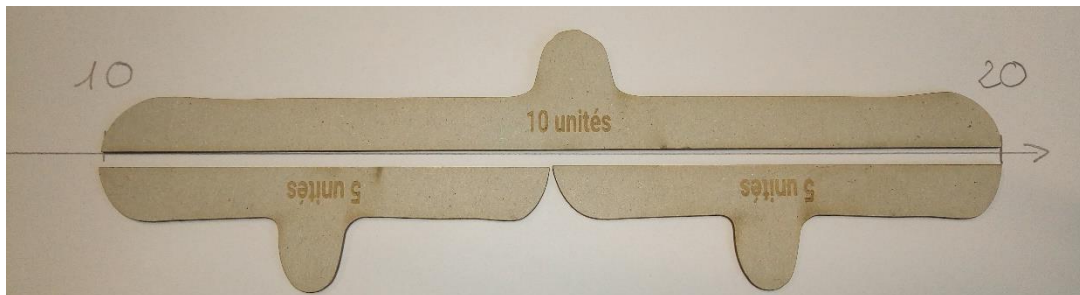
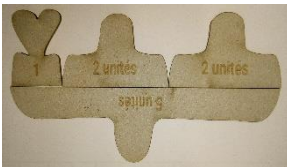
- Un nombre qui est associé à un point sur un axe gradué est appelé : **abscisse**.
- Il y a un lien entre les positions des points et les abscisses.
- Si les points sont régulièrement espacés et qu'il y a un nombre (une abscisse) associé à chaque point, alors pour passer d'un nombre au suivant, on ajoute toujours le même nombre, mais ce n'est pas forcément 1.



MATERIEL Situation II Étape 1



Exemples de ce qui doit ressortir de la situation II Étape 1





Étape 2 : Construire un axe d'un bond donné. Le bond n'est plus matérialisé

Lancement



10 min



Déroulé et consignes :

Réactivation : en prenant appui sur un des exercices précédents ou la fin de la situation I, réactiver ce qui caractérise ou non un axe gradué.

Lancement de l'activité :

Aujourd'hui, nous allons revenir sur l'outil que vous avez construit en situation I pour prédire la longueur des barres. Nous avons appris à le construire en reportant la bande unité pour trouver la position des points. Aujourd'hui, nous allons travailler sur des axes où des points sont déjà positionnés.

Prenons un exemple.



Que voyez-vous sur cet axe? [En présentant l'axe gradué A0]

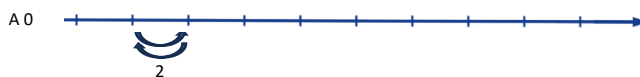
Sur cet axe, des points sont déjà positionnés.

Vous pouvez remarquer qu'ils sont régulièrement espacés, la distance entre les points est constante. Il n'y a pas de nombre associé aux points, il n'y a pas **d'abscisse** ! Vous allez devoir ajouter les abscisses des points déjà présents.

(Si je ne vous mets pas de contrainte, on peut mettre n'importe quels nombres d'écart constant... [donner un exemple: 10, 20, 30 ou 1, 2, 3, etc])

Là, je vais vous *imposer* la longueur de la barre qu'on pourrait mettre entre deux points. Je ne vous la distribue pas. Je ne vous donne que sa mesure : 2 ! Je veux pouvoir mettre une barre de 2 entre chaque point. Quelles sont alors les abscisses que je peux écrire au-dessus des points ?

[Inscrire 2 au-dessus d'une double flèche entre 2 points.]



Reformuler si nécessaire :

Quels sont les nombres que je peux écrire pour que, lorsqu'ils seront placés, j'ai bien un écart de 2 entre chaque nombre indiqué ? Recueillir les réponses.

Si blocage, passer par un exemple-non : Est-ce que je peux écrire... 3, 4, 5 ? Non ? Pourquoi ? Parce qu'il n'y aura pas 2 entre 3 et 4.

- « On écrit 2, 4, 6, 8 »
- « D'accord. Où est-ce que je les écris? »
- « Au-dessus des points » [le PE écrit « 2 » et évite de le poser sur la 1^{re} et la 2^e graduation pour susciter la discussion sur la position du 0 et sur la présence possible de points à gauche du 0]
- « Où est-ce que j'écris le 4 ? »

Une fois que quelques nombres sont posés, le PE réinterroge :

- « Rappelez-moi... Quelle est la mesure de la barre de la situation I qui irait exactement entre ces deux graduations ? »

[le PE désigne deux graduations successives : 6 et 8, par exemple mais pas 0 et 2]

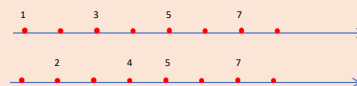
- « La barre de 2 ! »
- « Oui, entre deux graduations successives de cet axe, on pourrait placer exactement une barre de 2. C'est ce qu'on appelle **graduier de 2 en 2**, on fait des **bonds** de 2, **on ajoute 2**. L'écart entre deux abscisses est juste 2. Il y a 2, entre 4 et 6. Il y a 2, entre 6 et 8. »

Réinterroger, faire reformuler: qu'est-ce qu'on vient de faire sur l'axe A0, Tyler?

[réponse attendue : on vient de graduier l'axe de 2 en 2].

Points d'attention

- Pour valider et invalider la production d'un axe par un élève, s'appuyer sur les exemples-oui et les exemples-non de la situation I.
- Essayer d'être attentif à distinguer dans votre discours les caractéristiques de l'axe qui sont de l'ordre de la convention (orientation de gauche à droite), ou de l'ordre du pratique (horizontalité de l'axe), de ce qui relève de la définition d'une graduation (il existe une règle qui permet de passer d'un nombre à un autre, la distance entre deux points n'est pas prise au hasard)
- Il y a plusieurs représentants possibles d'un même axe : deux axes gradués sont les représentants d'un même axe si une translation permet de passer de l'un à l'autre. Exemple de deux représentants d'un même axe :



Différenciation : les exercices * sont obligatoires. Les autres sont en plus pour les élèves du parcours « Sportif ».

Ici la différenciation porte sur le nombre d'exercices, sur les abscisses ou sur la valeur du bond.

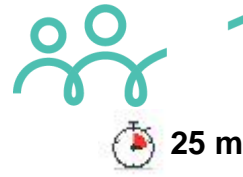


A projeter



Axe A0





25 min



Entraînement

Déroulé et consignes

Distribuer à chaque binôme la feuille d'exercices B puis C.

« Vous allez devoir graduer des axes. Il y a l'information de la valeur du bond entre deux points. Attention, il peut y avoir d'autres contraintes, par exemple, des abscisses peuvent être déjà placées sur l'axe. »

Rappeler de toujours observer l'axe avant de répondre à la question.

Correction-Bilan

En appui sur l'axe B5* :

- Tyler, qu'observes-tu sur cet axe ?

- Oui, chaque nombre placé devra avoir un écart de 4. La graduation va être de 4 en 4. [le PE pointe la double flèche avec un 4]

- Mais sur cet axe, il y avait une contrainte. Laquelle ?

- Oui, l'abscisse 16 était déjà placée.

- Comment avez-vous fait ?

- Oui, Comme pour B3* on part de 16 et on compte de 4 en 4 en allant vers la droite : 20, 24, 28... Si on ne sait pas pour la fin, on peut laisser mais vous essayez d'aller le plus loin possible [le PE dessine en haut de l'axe une flèche vers la droite avec un +4]

- Et les points qui sont à gauche de l'abscisse 16 ?

- Oui il faut soustraire 4 à 16. [le PE dessine en haut de l'axe une flèche vers la gauche avec un -4]

- 12 ! [le PE peut interroger sur un point imaginaire encore plus à gauche]

Faire valider dans l'autre sens : 8, 12, 16.

Conclure en disant : la distance entre deux points qui se suivent est toujours la même ; il y a toujours 4 entre deux abscisses qui se suivent.

En appui sur l'axe C3* :

- Il faut trouver la valeur du petit bond et l'appliquer.

Si 3 petits bonds réguliers [les dessiner] permettent d'obtenir le grand bond de valeur 6, c'est que le petit bond vaut 2 : $2+2+2$ égal 6, 3 fois 2 égal 6, le triple de 2 vaut 6. Et le tiers de 6 est égal à 2.

- On peut alors trouver l'abscisse des points : 6 plus 2 ?

Dessiner les bonds réguliers de 2 en 2.

En appui sur l'axe C7* :

- Que fallait-il faire pour l'axe C7* ?

- Il fallait se demander si il était possible d'avoir un petit bond de 3 et un grand bond de 10. Qu'en pensez-vous ?

Reformuler si nécessaire : Si un bond de 3 permet de passer de ce point à celui-ci [les désigner], est-il possible qu'avec un grand bond deux fois plus grand, on saute de 10 ? Si le grand bond est deux fois plus grand que le petit bond et que le petit bond vaut 3, combien devrait valoir le grand bond ?

Conclure en disant : si on double une distance entre deux points d'un axe alors la valeur du bond est doublée : elle est deux fois plus grande.

Points d'attention :

Même si ce travail permet de mobiliser des connaissances calculatoires, ne pas passer trop de temps à compléter l'entièreté de l'axe pour certains élèves.

Prévoir des séances de calcul mental type furet de 2 en 2, de 3 en 3, de 5 en 5. Ordre croissant et décroissant. Afin de créer des liens de tissage, évoquer les séances de calcul mental lors de la résolution de ces exercices sur les axes.

L'axe B1 est intéressant parce que l'élève a la responsabilité du choix de la première abscisse. Différents choix peuvent donc co-exister dans la même classe.

Lors de la recherche de la valeur de plus petit bond, il est important de proposer différentes formulations: $2+2+2$ égal 6, 3 fois 2 égal 6, le triple de 2 vaut 6. Et le tiers de 6 est égal à 2. Essayez de les faire formuler par les élèves sans rester uniquement sur des formulations additives.

Dans la fiche B, le bond est donné entre deux points adjacents/successifs.

Dans la fiche C, le bond donné n'est pas entre deux points adjacents.

Institutionnalisation



10 min



Qu'a-t-on appris ?

Sur un axe gradué (rappel étape 1) :

- Un nombre qui est associé à un point sur un axe gradué est appelé : **abscisse**.
- Il y a un lien entre les positions des points et les abscisses.
- Si les points sont régulièrement espacés et qu'il y a un nombre (une abscisse) associé à chaque point, alors pour passer d'un nombre au suivant, on ajoute toujours le même nombre, mais ce n'est pas forcément 1.

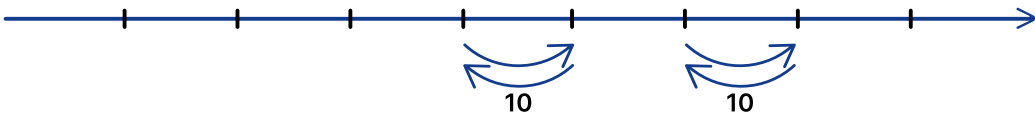
Étape 2 :

- Si les points sont régulièrement espacés, une même valeur de bond permet de passer d'une abscisse à une autre.
- Si un bond permet d'aller deux fois plus loin qu'un autre, alors sa valeur est deux fois plus grande.



B1*

Gradue de 10 en 10, l'axe ci-dessous.

**B2**

Gradue de 3 en 3, l'axe ci-dessous.

**B3***

Gradue de 5 en 5, l'axe ci-dessous.

**B4**

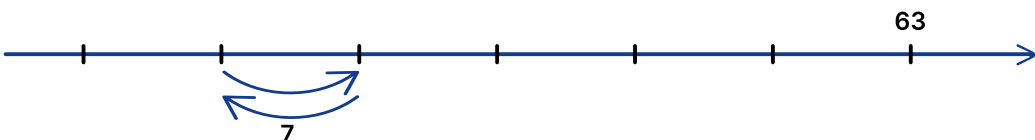
Gradue de 6 en 6, l'axe ci-dessous.

**B5***

Gradue de manière régulière en tenant compte des informations de l'axe.

**B6**

Gradue de manière régulière en tenant compte des informations de l'axe.



Situation II. Etape 1.

C1*

Gradue de manière régulière en tenant compte des informations de l'axe.



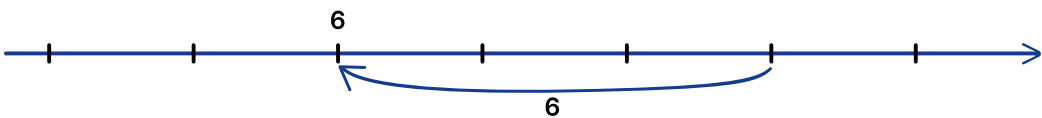
C2

Gradue de manière régulière en tenant compte des informations de l'axe.



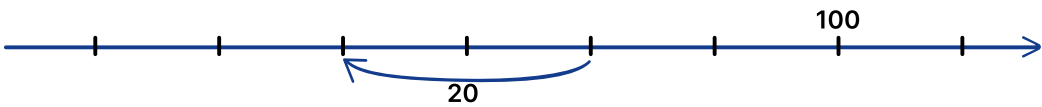
C3*

Gradue de manière régulière en tenant compte des informations de l'axe.



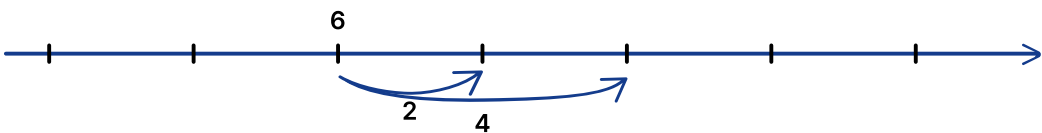
C4

Gradue de manière régulière en tenant compte des informations de l'axe.



C5*

Est-ce que cela peut être un axe gradué ?



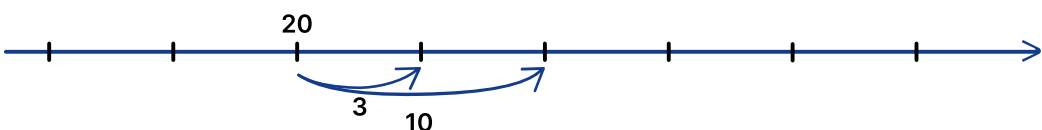
C6

Est-ce que cela peut être un axe gradué ?



C7*

Est-ce que les informations ci-dessous sont cohérentes ?



Situation II. Etape 2.



35 min

Étape 3 : Trouver le bond d'un axe donné. Le bond est matérialisé

Lancement



10 min

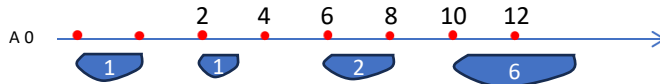


Déroulé et consignes :

Réactivation : en prenant appui sur des exercices précédents, réactiver le fait qu'il y a plusieurs bonds pour un axe. Le plus petit bond permet de passer d'un point au suivant. Les valeurs des bonds sont proportionnelles à leur longueur.

Lancement de l'activité :

Sur l'axe A0, Tyler? [on vient de graduer l'axe A0 de 2 en 2 dans la phase 1.1]. Maintenant je voudrais que tu m'indiques un bond possible pour cet axe.



Proposition des élèves : un bond de 2 entre deux points successifs.

Maintenant, ma question est : Pourriez-vous trouver un autre bond pour ce même axe ?

Attention, un bond doit se retrouver régulièrement sur l'axe, toujours le même nombre associé à la même distance entre les points.

Pour vous aider, je vous propose des bonds possibles. [Dessiner au tableau des bonds à manche sur lesquels sont inscrits des nombres : un bond correct de 1 et de 2, un bond incorrect de 1 et de 6. Les dessiner de telle sorte que perceptivement on puisse conclure : l'emboîtement perceptif ne doit pas être une difficulté].

Y a-t-il des bonds qui correspondent à l'axe gradué au tableau ? Il y en a 2. 1, c'est la moitié de 2, donc le bond unité, qui a comme valeur 1 doit faire la moitié du bond entre deux points.

Points d'attention

Pour valider et invalider la proposition d'un bond par un élève, utiliser le bond en le plaçant entre deux points (consécutifs ou pas) et vérifier :

- que les deux extrémités du bond tombent systématiquement exactement sur un point ;
- quand le bond est placé entre deux points ayant une abscisse, calculer l'écart entre les abscisses et vérifier qu'il est égal à la valeur du bond.

Entraînement



15 min



Déroulé et consignes

Distribuer à chaque binôme la feuille d'exercices D.

Bilan avec les élèves

En appui sur le D1 : deux solutions (bond de 2 et bond de 4)

Vérifier les 6 bonds proposés de la façon suivante :

- Faire la démonstration du positionnement d'un bond entre deux graduations en montrant un mauvais positionnement puis un positionnement correct.

Si le bond tombe bien entre deux graduations, même si ces graduations ne sont pas successives, alors :

- Faire le calcul de l'écart entre les deux abscisses des points extrémités.

Si la valeur du bond correspond à l'écart des abscisses, alors le bond correspond à l'axe (on peut construire l'axe avec ce bond). Si la valeur du bond n'est pas égale à l'écart entre les abscisses, alors le bond ne correspond pas à l'axe.

En appui sur le D3 :

Pour chaque axe gradué, il n'y a qu'un seul bond unité qui correspond. Mais le bond unité peut être placé à beaucoup d'endroits différents sur l'axe.

Points d'attention

La validation des égalités de longueurs entre le bond matérialisé et la distance sur l'axe se fera perceptivement. Seuls les bonds de 4 peuvent être plus durs à valider ou invalider. Dans ce cas, discuter des outils pour reporter des longueurs (ficelle, bout de papier ou même compas)

Unicité du bond unité (au sens longueur associée à 1) mais position du bond unité variable sur l'axe. Attention le bond unité n'est pas uniquement entre 0 et 1. Il peut être positionner entre deux points quelconques (dont l'écart entre les abscisses est 1).

Institutionnalisation



10 min



Qu'a-t-on appris ?

Sur un axe gradué (rappel étape 1) :

- Un nombre qui est associé à un point sur un axe gradué est appelé : **abscisse**.
- Il y a un lien entre les positions des points et les abscisses.
- Si les points sont régulièrement espacés et qu'il y a un nombre (une abscisse) associé à chaque point, alors pour passer d'un nombre au suivant, on ajoute toujours le même nombre, mais ce n'est pas forcément 1.

(Rappel étape 2) :

- Si les points sont régulièrement espacés, une même valeur de bond permet de passer d'une abscisse à une autre.
- Si un bond permet d'aller deux fois plus loin qu'un autre, alors sa valeur est deux fois plus grande.

Étape 3 :

- Pour chaque axe gradué, il n'y a qu'un seul bond unité qui correspond. Mais le bond unité peut être placé à beaucoup d'endroits différents sur l'axe. Il n'est pas forcément facile à trouver.

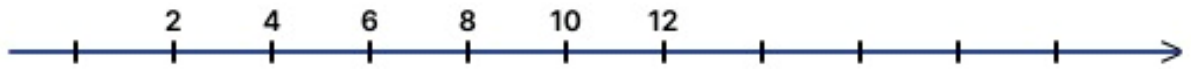


Axe A0



D1

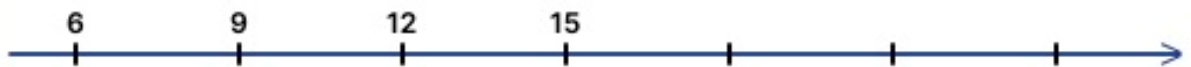
Voici un axe gradué. Dessous, il y a différentes barres dessinées. Entoure les barres qui ont permis de construire cet axe



Choisis parmi les bonds disponibles :

**D2**

Voici un axe gradué. Dessous, il y a différentes barres dessinées. Entoure les barres qui ont permis de construire cet axe



Choisis parmi les bonds disponibles :

**D3**

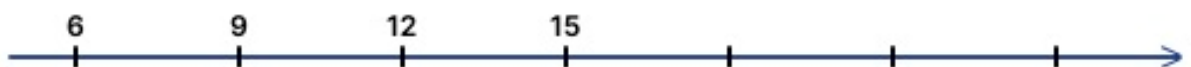
Voici un axe gradué. Dessous, il y a différentes barres unités. Retrouve celle qui a permis de construire cet axe.



Choisis parmi les bonds disponibles :

**D4**

Voici un axe gradué. Dessous, il y a différentes barres unités. Retrouve celle qui a permis de construire cet axe.



Choisis parmi les bonds disponibles :



Situation II. Etape 3.



25 min

Étape 4 : Trouver le bond d'un axe donné. Le bond n'est plus matérialisé

Recherche



15 min



Déroulé et consignes

Distribuer à chaque binôme la feuille d'exercices E. Laisser les élèves chercher les exercices.

Bilan avec les élèves

En appui sur l'axe E5* :
Construire la trace écrite ci-dessous

Points d'attention

Beaucoup de bonds différents sont possibles pour un même axe gradué.

Institutionnalisation – Trace écrite de la situation II



10 min



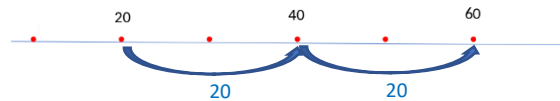
Qu'a-t-on appris ?

Pour trouver un bond correspondant à l'axe, on peut chercher deux points ayant des abscisses et faire la différence entre les abscisses. La valeur obtenue est celle du bond. La longueur du bond est donnée par la distance entre les deux points.

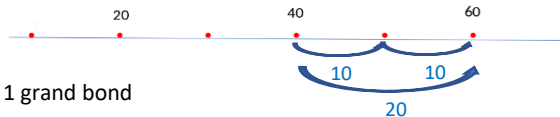
Trace écrite

Pour trouver un bond correspondant à un axe :

1. Je peux choisir deux abscisses de points qui ne se suivent pas. Pour trouver la valeur du bond, je calcule la différence entre ces deux abscisses.



2. Je peux choisir un autre bond. Si un bond permet d'aller deux fois moins loin qu'un autre, alors sa valeur est deux fois plus petite.



2 petits bonds = 1 grand bond

E1*

Trouve un bond de l'axe gradué. Indique le sur l'axe

**E2**

Trouve un bond de l'axe gradué. Indique le sur l'axe

**E3***

Trouve un bond de l'axe gradué. Indique le sur l'axe.
Trouve encore un autre bond.

**E4**

Trouve un bond de l'axe gradué. Indique le sur l'axe

**E5***

Trouve un bond de l'axe gradué. Indique le sur l'axe.
Trouve encore un autre bond.

