



Curriculum et EIAH au Service de l'Apprentissage de la Ligne Numérique

pegase-cesalin@univ-grenoble-alpes.fr

Marie-Caroline Croset, responsable du projet CESALIN, LIG, UGA

Charlotte Bouchet, CPD, DSSEN de Savoie

Hamid Chaachoua, LIG, UGA

Marie-Line Gardes, HEP du Canton de Vaud – Lausanne Suisse

Audrey Guy, enseignante, département de la Savoie

Sandrine Poinas, CPD, DSSEN de Savoie

Sophie Soury-Lavergne, LIG, UGA

Version Décembre 2023

Opération soutenue par l'Etat dans le cadre de l'action « Territoires d'innovation pédagogique » du Programme d'investissements d'avenir, opéré par la Caisse des Dépôts



Objectif pédagogique principal

À la fin de cette situation, les élèves doivent être capables de reconnaître un axe gradué à partir de ses propriétés et d'en donner les caractéristiques : des points positionnés régulièrement et des nombres associés, tels que l'écart entre deux nombres est proportionnel à la longueur entre les deux points associés.

Au cours de cette situation, le nombre initialement associé à une mesure de longueur devient une abscisse associée à un point.



Les propriétés nécessaires de l'axe sont énoncées et la notion d'abscisse (nombre associé à un point sur un axe) est introduite.

Dans cette situation I, l'axe gradué est introduit comme moyen de résoudre des problèmes. Deux types de problèmes différents, donnant deux sens différents à l'axe gradué ont été retenus pour son introduction :

- L'axe gradué comme outil de mesure : les élèves sont rarement amenés à construire la règle graduée, outil de mesure qu'ils utilisent souvent ensuite ;
- L'axe gradué comme moyen d'organiser spatialement les nombres entiers en les associant à des points régulièrement espacés : cela correspond à l'usage le plus fréquent de l'axe gradué dans la scolarité.

Messages forts

Sur un axe gradué :

- les nombres sont associés à des points, (des points peuvent être sans nombre mais aucun nombre de l'axe n'est sans point)
- les nombres placés sont ordonnés, de la gauche vers la droite par convention
- les écarts entre deux abscisses sont proportionnels aux distances entre les deux points associés.

Étape 1. Construire un axe gradué comme moyen de mesurer des barres en bois

Étape 2. Construire un axe gradué comme moyen d'organiser spatialement les nombres

Étape 3. Différencier ce qui est un axe gradué de ce qui semble en être un mais n'en respecte pas toutes les caractéristiques: Exemple-oui et exemple-non





60 min

Étape 1 : Construire un axe gradué pour mesurer différents objets

Objectif pédagogique

Il s'agit pour l'élève de passer de l'idée qu'un nombre est utilisé pour mesurer une longueur (pré-requis) à l'idée qu'un nombre est associé à un point sur une droite (abscisse), en construisant un instrument de mesure qui permette de donner facilement la mesure de la longueur d'un ensemble de barres, selon une unité donnée.

Matériel :

Pour la classe : un lots de barres en bois (1, 3, 6, 7, 10, 12 unités) et environ 17 barres unités



Unité à manche en carton à distribuer aux élèves pour construire leur outil de mesure

Pour chaque binôme : une unité à manche en carton (avec un petit trou comme les barres), un axe pré-dessiné sur une longue feuille de papier (2 feuilles A3 scotchées), un tableau pour reporter le résultat des prévisions de mesures

Lancement



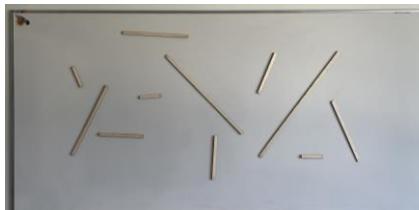
10 min



Déroulé et consignes

Lancement de l'activité

Les barres en bois sont fixées au tableau en ordre dispersé.



J'ai un ensemble de barres, pas toutes de la même longueur.

Montrer en juxtaposant les barres deux à deux et reformuler en disant :

Vous voyez, elles n'ont pas toutes la même longueur.

Sortir la plus petite et dire, « celle-ci est la plus petite de toutes.

Regardez, elle est plus petite que celle-là, que celle-là etc... ». On va choisir celle-ci comme unité et on se demande combien de fois on peut reporter cette petite barre unité dans la plus grande barre ? 2 fois ? 3 fois ? 10 fois ? Comment faire pour savoir ?

Mise en commun

Faire venir des élèves au tableau

Discussion collective et procédure attendue (s'appuyer sur les manipulations proposées par les élèves qui viennent au tableau) :

reporter n fois la petite barre en bois le long de la grande barre, en la déplaçant et compter le nombre de reports effectués.

Valider (ou invalider) la réponse par une manipulation : sélectionner le nombre de barres unités proposé par l'élève et les juxtaposer le long de la grande barre.



Conclusion : la petite barre va douze fois le long de la grande barre, on peut mettre douze petites barres exactement dans la grande barre.

Points d'attention

Il faut distinguer les barres en bois (un seul lot disponible pour la classe et qui ne sert qu'à la validation) et les unités en carton (distribuées aux élèves). L'unité en carton a seulement un côté (bien reconnaissable) qui a exactement la même longueur que la plus petite barre en bois.

Si la notion d'unité a déjà été introduite, elle peut être utilisée pour désigner la plus petite des barres en bois. Sinon, il suffit de dire « la plus petite » pour traiter la situation.

Dans ce lancement, la procédure de report de la plus petite barre en bois le long de la plus grande barre doit être présentée et disponible pour les élèves. **Ce sera la procédure de référence pour valider** les mesures réalisées par les élèves dans la phase de recherche.

Faire faire la manipulation par un élève et discuter collectivement des différentes étapes de la procédure de report en s'appuyant sur les imprécisions éventuelles de l'élève :

- faire coïncider les extrémités des deux barres
- repérer sur la grande barre l'autre extrémité de la petite barre pour pouvoir repositionner exactement la petite barre plus loin
- compter le nombre de reports





Déroulé et consignes :

Travail en binôme

Problème posé aux élèves : « *Maintenant, vous allez travailler par 2. Je donne à chaque binôme du matériel et il faudrait que vous fabriquiez un outil de mesure qui vous permette de prévoir le nombre de petite barres unités qui vont aller exactement dans chacune des barres qui restent au tableau.* »

Vous pouvez utiliser :

- une grande bande de papier
- des crayons
- une unité en carton dont le côté a exactement la même longueur que la petite barre (vous pouvez vérifier que votre unité en carton correspond exactement à la petite barre, vérification par comparaison directe pour que chaque élève puisse faire le constat, mais on ne laisse pas les petites barres en bois disponibles).
- si vous avez besoin d'autre chose, vous me demandez.

Vous aurez réussi si, lorsque j'apporterai une des barres du tableau sur votre bureau, vous pourrez me dire rapidement combien elle mesure : combien de petites barres on peut mettre bout à bout pour obtenir la même longueur.

Ensuite, on pourra vérifier votre réponse en utilisant les petites barres, comme on l'a fait pour la grande barre.

Les élèves travaillent en binôme, sans pouvoir manipuler les barres (petites et grandes).

Lorsqu'un binôme pense qu'il est prêt, l'enseignant apporte une des barres et permet au binôme de faire sa prévision. Puis le binôme valide ou invalide sa prévision en utilisant le nombre de petites barres qu'il a annoncé.

- Si réussite : l'enseignant propose de tenter de prévoir pour les autres barres et de noter leur prévision dans un tableau (il n'est pas nécessaire que chaque binôme tente de prévoir pour toutes les barres). Pas de validation pour les autres prévisions.
- Si échec : l'enseignant propose de reprendre le travail. À chaque nouvelle tentative, l'enseignant propose de faire une prévision pour une nouvelle barre et permet après prévision de valider ou pas grâce à la manipulation.

On passe à la phase de discussion collective dès que chaque binôme a fait quelques prévisions (pas nécessairement sur toutes les barres).

La procédure attendue est que les élèves (1) construisent sur la bande de papier un axe gradué à l'aide de leur unité en carton.

(2) utilisent cet axe gradué pour prévoir le nombre de barres unité qui vont exactement le long d'une barre donnée.

Points d'attention

La restriction de l'accès au lot de barres en bois donne une raison pour que les élèves cherchent un moyen de prévoir combien de barres unités il y a dans chaque barre sans les manipuler.

Laisser tâtonner les élèves. La phase de mise en commun permettra de discuter des procédures exactes et des procédures erronées, à la fois pour construire l'outil permettant la prévision et pour l'utiliser. En revanche, il faut rectifier si les élèves n'utilisent pas correctement l'unité en carton (bande unité). On peut leur faire constater que le côté de l'unité en carton est exactement de la même longueur que l'unité en bois en les juxtaposant l'un contre l'autre.

Parmi les axes gradués valides construits par les élèves à partir de leur unité en carton et utilisables pour faire des prévisions correctes (image ci-contre) on distingue :

- un axe qui ne porte pas la trace de nombres mais uniquement des points régulièrement espacés, pour l'utiliser il faut tout recompter ;
- un axe où le nombre 1 est écrit entre deux points, au dessus de chaque intervalle (comme pour le précédent, pour l'utiliser il faut recompter) ;
- un axe où les nombres 1, 2, 3... sont inscrits sur un bond (arc ou flèche) reliant un point (à droite) à un autre point éloigné de 1, 2, 3... intervalles. Pour l'utiliser il faut lire le nombre sur le bond ;
- un axe où les nombres 1, 2, 3... sont écrits en regard des points, avec ou sans la présence du nombre zéro (usage conventionnel).

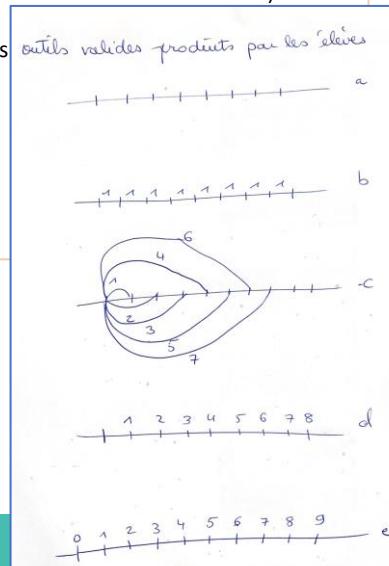
Procédures attendues pour l'utilisation de l'axe gradué :

- Positionnement de la barre de façon à ce que chacune de ses extrémités correspondent à des graduations, puis dénombrement des segments ;
- Positionnement de la barre avec une extrémité à l'origine de la bande graduée, lecture de l'abscisse à l'autre extrémité (si présence de l'abscisse)

La manipulation de l'unité en carton n'est pas toujours aisé pour les élèves, en particulier le placement de l'extrémité de la barre sur une marque de graduation.

Au moment de la validation, les élèves qui n'ont pas fait de prévision correcte devraient avoir de nouvelles idées en voyant la juxtaposition des petites barres le long de la barre à évaluer.

Il peut s'avérer utile pour certains élèves de vivre plusieurs boucles impliquant (1) construction et amélioration de l'outil de prévision (axe gradué), puis (2) prévision du nombre de petites barres pour une barre donnée, (3) validation par la manipulation (consistant à juxtaposer le nombre prévu de petites barres contre la barre à évaluer).





Déroulé et consignes

Prenons cette barre (choisir une barre pour laquelle on a repéré un maximum de prévisions différentes, au moins deux différentes). **Comparons vos mesures pour cette barre.** Lister au tableau les propositions numériques des élèves. Choisir une proposition erronée. Demander à un élève de venir vérifier en prenant le nombre (incorrect) correspondant de petites barres et en les juxtaposant le long de la barre à mesurer. Faire voir à tous les élèves combien de petites barres vont dans la barre considérée. Mettre en commun les prévisions et conclure sur leur validité.

Puis faire comparer les outils produits par les élèves (bandes plus ou moins graduées) pour chercher à expliquer les différences dans les mesures obtenues. Afficher au tableau d'un côté les axes gradués utilisés pour la bonne prévision et de l'autre ceux ayant conduit à une erreur.

Montrer les différences entre ces propositions et mettre en évidence :

- une utilisation de plus en plus facile si des nombres sont présents et selon l'endroit où ils sont indiqués (en l'absence totale de nombres, c'est fastidieux, il faut tout recompter) et si présence d'un nombre en face de chaque point, la lecture de la mesure est facile et efficace (à condition de placer les extrémités de la barre aux bons endroits).
- le lien entre le nombre qui permet de savoir combien d'unités peuvent se juxtaposer le long d'une barre donnée (qu'on peut placer n'importe où le long de la barre) et le nombre en face d'un point tout au bout de la barre à mesurer.

Pour faire apparaître les caractéristiques des axes gradués efficaces à utiliser, mettre en évidence que pour les bons axes (ceux qui permettent facilement de prévoir le nombre de barres unité) :

- *les axes gradués sont identiques, au sens où tous les points se correspondent exactement et les nombres sont identiques*
- *la barre unité se positionne exactement entre deux points consécutifs d'un axe*
- *les nombres se suivent, il n'en manque aucun et ils sont indiqués exactement en face d'un point*

Alors que, pour les axes gradués qui ne fonctionnent pas ou pas bien : *manque de régularité dans la position des points, des nombres ne sont pas en face des points, des nombres peuvent manquer.*

Faire constater au moment de l'usage pour mesurer qu'il faut :

- *placer la barre de façon à ce qu'une extrémité corresponde au « début » de l'axe gradué et l'autre à un point de l'axe ;*
- *lire le nombre en face du point.*

Points d'attention

Selon les axes gradués fabriqués par les élèves, les nombres peuvent être associés à un intervalle (conception initiale) ou à un point (conception visée). Mettre en évidence le passage de l'un à l'autre pour expliquer le fonctionnement de l'axe gradué pour mesurer.

Il y a plusieurs sources d'erreur :
D'une part, pendant la construction de l'axe gradué :

- Les défauts de report des points (distance régulière ou non entre chaque point)
- La position des nombres par rapport aux points
- La position du premier point (au bord de la grande bande de papier support de l'axe, ou décalée)
- La présence de 0 pour indiquer l'origine pas forcément nécessaire, mais attention au moment de l'usage

D'autre part, pendant son usage :

- Placement de la barre par rapport à l'origine
- Lecture de la valeur

Institutionnalisation



Qu'a-t-on appris ?

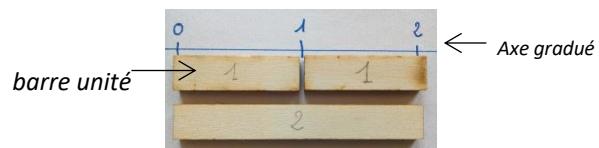
On a appris qu'avec un axe gradué, on peut mesurer la longueur d'une barre, c'est-à-dire trouver combien d'unités contient cette barre.

Pour construire cet axe gradué, il faut positionner précisément l'unité pour qu'il y ait toujours le même écart (l'unité) entre deux points consécutifs.

Pour mesurer facilement et pour qu'on sache directement combien d'unités mesure la barre, il faut écrire les nombres en face des points pour éviter d'avoir à recompter à chaque fois.

Lorsqu'on place une extrémité de la barre à mesurer en face du 0, on peut directement lire le nombre d'unités contenues dans la barre à l'autre extrémité.

Exemple de trace écrite (première partie*)



La grande barre contient 2 barres unités.

**la trace écrite sera complétée lors des deux prochaines étapes*



Étape 2 : Construire un axe gradué pour organiser spatialement des nombres



30 min

Objectif pédagogique

Comprendre qu'un axe gradué permet aussi d'organiser spatialement les nombres en les ordonnant et en les espaçant régulièrement (proportionnellement à leurs écarts).

Matériel

Pour la classe : une corde de 2m, un lot d'étiquettes nombres (8, 15, 3, 25, 17, 5, 0, 21, 31, 1, 35, 26, 34), 20 pinces à linge, une unité en carton de l'étape 1.

Activité



20 min



Déroulé et consignes

Lancement de l'activité

Après avoir fixé la corde au tableau, prendre le lot d'étiquettes dans l'ordre indiqué et expliquer :

J'ai ici une pile d'étiquettes avec des nombres différents. Vous allez venir prendre une étiquette à tour de rôle pour la placer sur cette corde avec une pince à linge, du plus petit au plus grand.

Laisser 4 ou 5 élèves, à tour de rôle, piocher et placer les premiers nombres sur la corde à linge. Deux éléments doivent sortir :

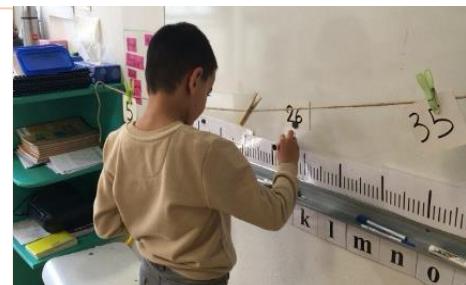
- l'ordre croissant pour positionner les nombres
- le fait qu'à partir d'un moment, il n'y a pas assez de place pour poser les étiquettes et qu'il y a nécessité de déplacer des étiquettes.

Poser alors la question « *Comment pourrait-on s'y prendre pour prévoir qu'il y ait assez de place et ne pas avoir à déplacer les étiquettes qu'on a déjà posées ?* »

Discussion collective et procédure attendue : ne pas les placer n'importe où, mais plus ou moins proches en fonction de l'écart entre les nombres (tendre sans le faire expliciter à une distance proportionnelle à l'écart entre les nombres.)

Si on prend une barre unité (le professeur sort une barre unité ou une unité en carton) alors on peut positionner les pinces à linge régulièrement (comme à l'étape 1) et ainsi on a un moyen de trouver une position pour chaque nombre.

Valider en complétant avec le reste des étiquettes (on doit pouvoir placer toutes les étiquettes).



Points d'attention

Il ne s'agit pas d'obtenir un axe gradué exact mais de comprendre la notion de répartition régulière des nombres sur l'axe.

L'objectif est d'avoir une position pour chaque nombre et de pouvoir anticiper cette position de façon à ne pas avoir à déplacer toutes les pinces à linge.

Institutionnalisation



10 min

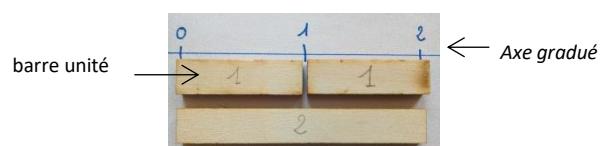


Qu'a-t-on appris ?

On peut utiliser un axe gradué pour placer des nombres, de façon à avoir une place pour chaque nombre.

- Les nombres sont associés à des points (matérialisés par des pinces à linge).
- Les nombres placés sont ordonnés.
- Il y a la même distance entre deux points.

Suite de la trace écrite (deuxième partie)



La grande barre contient 2 barres unités.



point

nombre

Les nombres sont placés dans l'ordre et il y a toujours la même distance entre deux points.



Étape 3 : Trier les axes gradués et les « pseudos » axes gradués



30 min

Objectif pédagogique

Institutionnaliser les caractéristiques d'un axe gradué à l'aide d'une activité de tri.

Matériel

Pour la classe : 6 représentations d'axes ou de pseudo axes gradués, une grande affiche, un mètre-ruban de couturière ou de bricolage.

Méthode proposée

Il s'agit de proposer des exemples « oui » d'axes gradués (axes sur lesquels les nombres sont ordonnés, n'ont qu'une seule place et la longueur entre deux points associés à un nombre (abscisse) est proportionnelle à la différence entre ces nombres).

Et de les comparer à des exemples « non », pour lesquels il manque une ou plusieurs caractéristiques.

Étape 3 : Phase d'activité



Déroulé et consignes

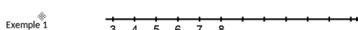
Aujourd'hui, je vais vous présenter plusieurs représentations qui ressemblent à des axes gradués. Certains sont des axes gradués et d'autres pas. Vous allez devoir m'expliquer pourquoi.

Le but est qu'à la fin de cette séance, on soit bien tous d'accord sur la définition d'un axe gradué.

Introduire des exemples successivement :

Phase 1 : Présenter les trois premiers exemples. Et poser alors la question « Pourquoi ceux-ci ne sont pas des axes gradués ? ? (montrer les exemples 2 et 3) Comment doit être un axe gradué pour qu'on puisse l'utiliser pour mesurer ou pour positionner les nombres ? »

Exemples « OUI »

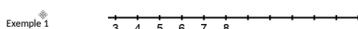


Exemples « NON »

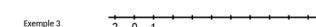
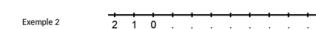


Phase 2 : Ajouter en dessous l'exemple 4 et reposer la question : « Pourquoi celui-ci n'est pas un axe gradué ? Comment doit être un axe gradué ? »

Exemples « OUI »



Exemples « NON »

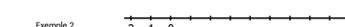


Phase 3 : Ajouter en dessous l'exemple 5 et reposer la question : « Celui-ci est un axe gradué. A-t-il quelque chose de différent par rapport au premier ? »

Exemples « OUI »



Exemples « NON »



Exemple 5



Points d'attention

L'objectif est de décrire une par une les caractéristiques d'un axe gradué.

Après les exemples 1, 2 et 3, on conclut sur un axe gradué :

- Les nombres sont ordonnés, de la gauche vers la droite.

Après introduction de l'exemple 4, on conclut que sur un axe gradué :

- Les points sont régulièrement espacés ou il y a toujours la même distance entre les points.

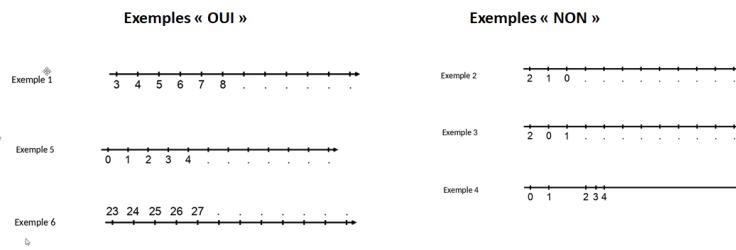
Après introduction de l'exemple 5, on conclut que sur un axe gradué :

- Il n'y a pas forcément le nombre 0 (l'origine).

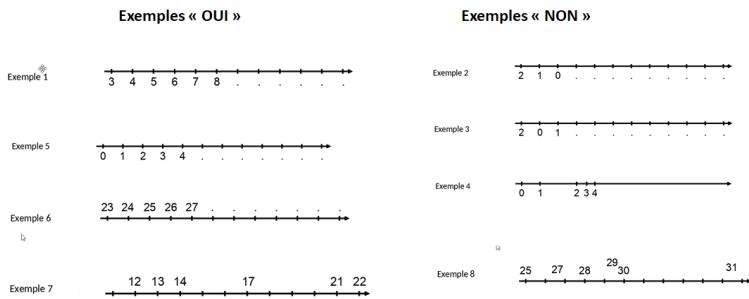




Phase 4 : Ajouter l'exemple 6 dans les exemples-oui et reposer la question :
« Celui-ci est aussi un axe gradué. Quelle différence voyez-vous avec celui du dessus ? »



Phase 5 : Ajouter l'exemple 7 dans les exemples-oui et l'exemple 8 dans les exemples-non et reposer la question : **« Et que peut-on dire de ceux-ci ? »**



Phase 6 : Présenter enfin le mètre-ruban de couturière, ou le mètre de bricolage, dans les exemples-non.

Après introduction de l'exemple 6, on conclut que sur un axe gradué :

- Les nombres peuvent être inscrits au dessus ou au dessous d'un point.

Après introduction des exemples 7 et 8, on conclut que sur un axe gradué :

- Les nombres sur l'axe sont toujours associés à un point.
- Des points peuvent être sans nombre associé.

Expliquer que le mètre-ruban n'est pas un axe gradué car il n'est pas toujours rectiligne (bien qu'on puisse mesurer avec et repérer des nombres). On ne travaillera dans la suite qu'avec les axes ou droites graduées.

Institutionnalisation

5 min



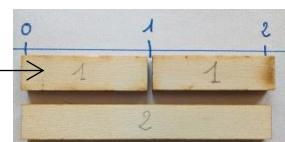
Qu'a-t-on appris ?

Sur un axe gradué :

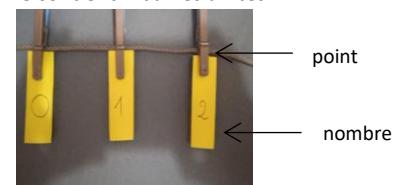
- Les nombres sont ordonnés, de la gauche vers la droite par convention.
- Les points sont régulièrement espacés. La graduation zéro n'est pas forcément visible (on l'appelle l'« origine » de l'axe gradué).
- Les nombres peuvent être écrits au dessus ou au dessous de l'axe.
- Les nombres sont toujours associés à un point (mais les points peuvent être sans nombre).
- Un nombre associé à un point est appelé abscisse. (ce sera redéfini en situation II).

Trace écrite finale

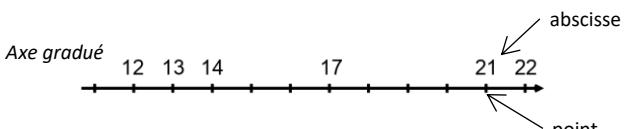
barre unité → Axe gradué ←



La grande barre contient 2 barres unités.



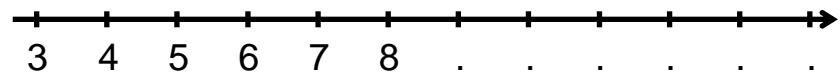
Les nombres sont placés dans l'ordre et il y a toujours la même distance entre deux points.



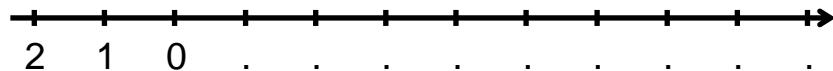
MATERIEL Situation I. Étape 3



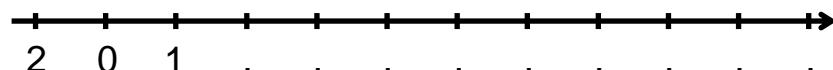
Exemple 1



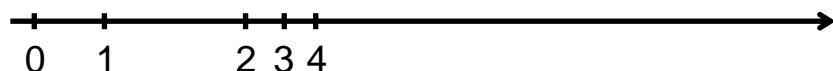
Exemple 2



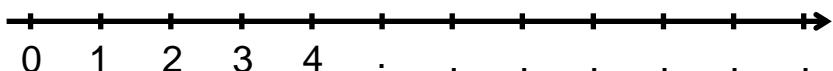
Exemple 3



Exemple 4



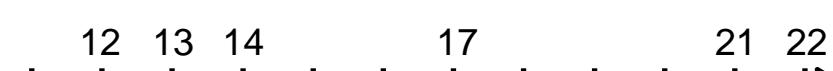
Exemple 5



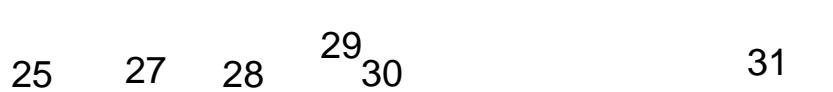
Exemple 6



Exemple 7



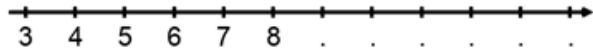
Exemple 8



A projeter



Exemple oui



Exemple non

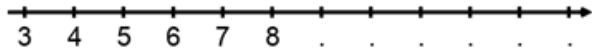


Séquence
papier crayon

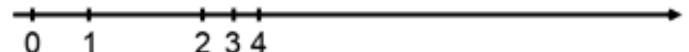
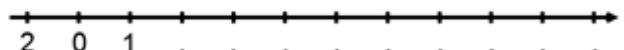
A projeter



Exemple oui



Exemple non

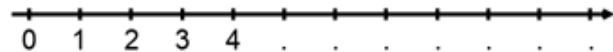
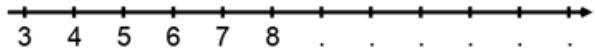


Séquence
papier crayon

A projeter



Exemple oui



Exemple non



Séquence
papier crayon

CESALIN - guide pédagogique Situation I – Étape 3

 Pégase

PÔLE PILOTE DE FORMATION DES ENSEIGNANTS
ET DE RECHERCHE POUR L'ÉDUCATION

A projeter



Exemple oui



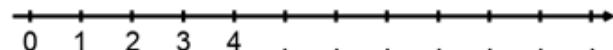
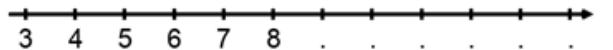
Exemple non



Séquence
papier crayon



Exemple oui



Exemple non

